

主体的・
対話的で
深い学び

授業実践

数学

厳密性と視認性の両面からのアプローチで

深い理解に導き、学習意欲を引き出す

京都府・私立東山中学・高校

山本晃弘 あきひろ

本時の概要

【対象／教科／科目】2年生／数学／数学Ⅲ 【分野・単元】三角関数の微分・積分（本時は、全6時間のうちの5時間目。P.55に単元の指導計画を掲載）

【育成を目指す資質・能力】思考力、主体性、協働性

【学習内容】三角関数の極限の公式を証明した後、その公式のグラフを描くこととなるか予測した上で、「GeoGebra スイート」(*)でグラフを描いた。次に、三角関数の導関数を定義に従って求めた後、そのグラフを「GeoGebra スイート」で描くことで、視覚的な理解を促進した。

主 主体的な学び
対 対話的な学び
深 深い学び

8:30 本時の目標を説明



山本先生は、本時の学習目標は、微分・積分を数式で確認することに加え、「GeoGebra スイート」で視覚的にも理解することと説明。「疑問点は、グループで教え合いたいでしょう。また、グラフを描いた後、関数を変えてみると、新たな気づきがあるかもしれません」と伝えた。

9:00 三角関数の導関数を求める



次に、課題1で確認した公式を用いて $\sin x$ の導関数を求める課題2に進んだ。課題文の中に示された導関数の定義と、三角関数の和積の公式をヒントに、生徒はグループで取り組んだ。机間指導で生徒が手詰まりになった様子を見取った山本先生は、全体に向けてポイントを解説した。

やまもと・あきひろ 教職歴8年。同校に赴任して9年目。数学科。2学年担任。ICTサポート課。2019年度、日本私学教育研究所の委託研究員として、「数学の能動的学習を促す授業展開」の研究に取り組んだ。

学校概要

◎明治元年に京都・知恩院内に設けられた学問所が始まり。「ほめる文化、認める文化、見守る文化、支える文化」を軸とする「NEO 東山文化」を教育環境として整え、「土台力」「セルフ・リーダーシップ」の育成を図る。高校では、希望進路別に「バスカル」「クレセント」「トップアスリート」の3つのコースを有する。

◎設立 1868（明治元）年

◎形態 全日制／普通科／男子校

◎生徒数 1学年約400人

◎2021年度入試合格実績（現浪計） 国公立大は、北海道大、一橋大、金沢大、岐阜大、滋賀医科大、京都大、大阪大、九州大などに83人が合格。私立大は、慶應義塾大、早稲田大、同志社大、立命館大、大阪医科薬科大、関西医科大などに延べ736人が合格。



* 1 本時の授業で活用したのは、幾何、代数、解析を1つに結びつけた動的数学ソフトウェア。数学学習・数学教育用として無料で利用できる。(Copyright©International GeoGebra Institute, 2013)

08:50 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ のグラフを予測

「 $y=\sin x$ と $y=x$ の位置関係はどうなると思う?」と、山本先生は発問。グループで予測した内容を「Google フォーム」(*2) に入力させた。「原点で交わる」「接する」など、入力された予測を先生が読み上げて全体で共有した上で、アプリを使ってグラフを描き、予測が合っているかを確認した。

8:35 三角関数の極限の公式を証明する



まず、三角関数の極限の公式を証明する課題1に取り組ませた。山本先生は、数学でよく活用するだけでなく、物理でも応用される重要な公式であると説明。二等辺三角形・扇形・直角三角形の面積に着目させた上で、生徒に2分間考えさせた後、はさみうちの原理を用いながら解説した。

本時のキー課題

9:30 生徒の気づきを全体で共有



$\cos x$ を微分すると $-\sin x$ に、さらにそれを微分すると $-\cos x$ になると気づいた生徒を指名し、発表させた。補足として、 $-\cos x$ を微分すると $\sin x$ となり、ループすることを説明。それらは2学期の授業でも活用すると伝えた。最後に、本時の振り返りを「Google フォーム」に入力させた。

9:10 三角関数の導関数のグラフを描く



山本先生は、「定義に従って確認したことを、視覚的にも確認しましょう」と生徒に声をかけ、アプリで $\sin x$ の導関数のグラフを描き、それが $\cos x$ になることを確認させた。さらに、「グラフが描けた人は関数や値を変えて、どのように変化するかをいろいろ試してみてください」と促した。

● 私が目指す授業

内容が高度化し、進度が速くても、主体的に学習に向かえるように

学習内容が高度化する数学Ⅱや数学Ⅲに入ると、数学が好きな生徒でも、苦手意識を持つ分野や単元が増えます。加えて、本校では、難関大学への現役進学を志す生徒が多いことから、授業の進度が速く、次第に問題をこなすことで精いっぱいになってしまふ生徒が少なからず見受けられます。そうした生徒が、数学への関心を持って主体的に学習を続けられるようにすることが、授業づくりでの課題でした。

また、今は分かりやすい学習動画が数多くあり、それらを活用すれば1人でも学習することは十分可能です。そのため、授業では、集団で学ぶ利点を生かし、生徒の主体性と協働性を発揮させたいと考えました。反転学習を取り入れて、授業前に私が作成した動画や教科書などで授業に関する基本知識を学習させ、授業ではその知識を活用し、グループで取り組ませています。

生徒にとって理解が難しい内容について「GeoGebra スイート」(*1、

*2 アンケートを作成し、そのアンケートの集計や分析を行えるオンラインツール。

以下、アプリ)で図やグラフを描かせています。公式の持つ意味などを、数式による厳密な説明に加えて、視覚的にも考察をさせることで、理解を深められるようにしています。

●私の発問・課題設定の観点

イメージを持たせることで、数式の本質的な理解を促進する

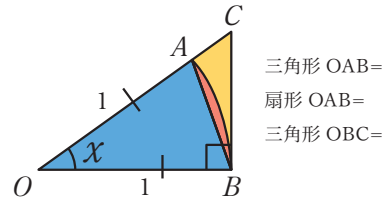
本時の学習内容は、三角関数の微分・積分です。数学Ⅲの基本事項であるため、生徒が本質を理解できるように授業展開としました。

具体的には、課題1で三角関数の極限の公式を証明した後、課題2でその公式を活用し、 $\sin x$ を微分すると $\cos x$ になることを導かせました。そして、本時のキー課題である課題3で、アプリを用いて $\sin x$ を微分したグラフを描き、 $\sin x$ を微分すると $\cos x$ になることを視覚的にも確認させました(図)。

課題設定で工夫したのは、三角関数の微分の公式を理解させてから、アプリでグラフを描かせた点です。アプリを先に使うと数式を視覚的に捉えられますが、表面的な理解にとどまりがちです。アプリはあくまで補助教材であり、数式などによる厳

図 本時の課題1~3

課題1 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ が成り立つことを確認しよう。



三角形 OAB < 扇形 OAB < 三角形 OBC であるから……

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ のグラフを描いてみよう。



アプリでグラフを描き、予想と合っていたかどうかを確認した。

課題2 $\sin x$ を定義に従って微分しよう。

$$\text{導関数の定義: } f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\text{差の公式: } \sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

$$(\sin x)' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h}$$

課題3 アプリで微分積分を描こう。

- $y = x^3$ の微分をアプリで描こう。
点Aを動かし、点Bの残像を見てみよう。
- $y = x^2$ の積分をアプリで描こう。
点Aを動かし、点Bの残像を見てみよう。
- 1, 2の関数を $\sin x$ に書き換えてみよう。

※学校資料を基に編集部で作成。

密性が前提にあつてこそ、本質的な理解に迫れると考えています。

今回活用したアプリには、値や関数を変化させ、グラフや図を動的に確認できる利点があります。そこで、課題3の後半では、関数や数値を変えると、グラフがどのように変化するのかを試してみようと、生徒に声をかけました。すると、三角関数の微分を続けると $\sin x \rightarrow \cos x \rightarrow -\sin x \rightarrow -\cos x \rightarrow \sin x$ とループすることに気づいた生徒がいました。それは、次時以降の学習内容でしたが、今後の授業への関心を高めることにもつながると考え、生徒に発表させまし

た。そうした気づきの積み重ねが、生徒の数学への好奇心を引き出すと感じています。

生徒が立ち止まって考えられるような発問にすることも心がけています。課題1では、極限值が1になるグラフを描いた場合をグループで予測させ、それを「Google フォーム」に入力させて全体で共有しました。自分の考えが合っていたかという視点でグラフを描いて検証することで、より理解を深められるはずで

●成果と展望

学習意欲が高まり、予習をする生徒が増加

本時の振り返りでは、「積分や微分を可視化できたことで、理解が深まった」「ほかの関数の微分や積分

VIEWn-expressでは、
本時の授業の様子を
ダイジェスト動画で紹介！
< 10月22日公開予定 >

VIEW n-express 検索



のグラフを調べたい」といった声が上がっていました。微分・積分の理解とともに、次時への学習意欲につながっていることがうかがえます。事前学習を指示していない場合でも、予習をしてくる生徒が増えており、授業で生徒が考える時間を多く持てるようになりました。そうした生徒の主体的な学習姿勢は、模擬試験の良好な結果にも表れています。

今後の課題は、手応えとして感じている生徒の主体性の評価です。定期考査で記述式問題を出すなど、思考力・判断力・表現力の評価は実施できています。一方、主体性や協働性などの評価方法は検討中です。授業の最後に生徒が書く振り返りは、私の授業改善に活用していますが、生徒自身の学習改善にも生かせるようにしたいと考えています。

単元の指導計画

【教科・科目】数学・数学Ⅱ、数学Ⅲ 【分野・単元】微分・積分 【テーマ・作品】微分と積分を視覚的に理解する 【設定時数】全6時間（本時は5時間目） 【単元目標】数学学習用アプリを活用して、微分と積分を視覚的に理解する。

時数	学習内容	身につけさせたい 資質・能力	授業の流れ	教師の配慮	評価方法
1	・微分積分学の歴史 ・微分係数と接線の傾きの関係	定義の意味を吟味し、理解できる。 【知識、思考力】	①微分積分学に関する動画を生徒に見せる。 ②微分係数の定義を生徒と吟味し、接線の傾きとの関係を考察する	【主体的な学び】 微分積分学に関する動画を見せることで、微分積分学への関心を引き出し、さらに深く学びたいという思いを持たせる。 【深い学び】 定義の持つ意味を問いかける。	
2	・整式の導関数の計算	公式を用いて素早く正確に計算できる。 【技能、判断力】	① $y=x^n$ の導関数を定義に従って計算し、公式化する。 ②微分操作の線形性を利用して、整式の導関数を計算する。	【対話的な学び】 板書を控え、机間巡視をメインに行い、仲間同士で答え合わせをさせる。	
3	・接線の方程式	仲間と協力して問題を解くことができる。 【知識、思考力、協働性】	①直線の公式を復習し、接線の方程式を導く。 ②演習問題を教え合いながら解く。	【対話的な学び】 直線の公式を復習した後、すぐに問題の解説をせず、仲間同士で相談させる。 【深い学び】 解答を段階的に板書していく。早く解けた生徒から、次のレベルの問題を与える。	
4	・不定積分 ・積分と面積の関係	定義の意味を吟味し、理解できる。 【思考力、表現力】	①微分と積分が逆演算であることを説明する。 ②整式の原始関数を計算する。	【対話的な学び】 板書を控え、机間巡視をメインに行い、仲間同士で答え合わせをさせる。 【深い学び】 間違えやすいところの助言や指導を行う。	
5	・三角関数の微分・積分	仲間と協力して教え合いながら作業ができる。数学への興味・関心を高め、主体的に学習に取り組む態度を身につける。 【思考力、主体性、協働性】	①三角関数の導関数を定義に従って求める。 ②数学学習用アプリを用いて、三角関数の微分・積分を視覚的に理解する。	【主体的な学び】 各自、アプリでグラフを描き、微分と積分の性質を考察する。 【対話的な学び】 仲間同士での共同作業をさせる。 【深い学び】 定義などに従う厳密性を重視した方法と、アプリを使った視覚的なアプローチによる方法を併用することで、より深く理解できるようにする。	・授業後の振り返り
6	・定積分の計算	素早く正確に計算できる。 【技能、判断力】	①定積分を用いて面積計算を行う。	【対話的な学び】 板書を控え、机間巡視をメインに行い、仲間同士で答え合わせをさせる。 【深い学び】 間違えやすいところの助言や指導を行う。	

※山本先生作成の単元の指導計画を基に編集部で作成。