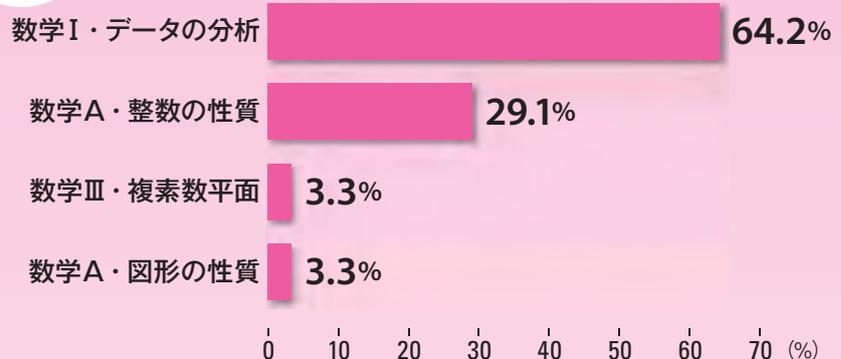


数学

指導の工夫によって 生きる力を育みやすい 2つの新設分野

新課程が全面実施となり、新しい学習内容での授業が進んでいるが、学習内容が増加する中、言語活動の充実や知識・技能の活用重視など、指導に工夫が迫られている。そこで、新課程での教科指導において、指導現場が直面している課題と課題解決のヒントとなる取り組みや現場の声を紹介していく。初回は2012年度に先行実施された数学。多くの教師が課題に挙げた新設分野の「データの分析」と「整数の性質」の指導について考える。

数学で指導に困ることが予想される分野



「データの分析」は生徒の反応や理解度が予測できないこと、授業での到達目標の設定が難しいことなどが、「整数の性質」は中学校までの必要な知識の習得が未知数であること、低学年で指導すべき部分と入試対応の部分をきちんと考えた指導が必要になってくることなどが、困ると予想される理由として挙げられた。

出典/ベネッセコーポレーション 進研模試 2013年度「教科に関するアンケート」

学校事例 1

福井県立武生高校

入試での出題予測を基に
対応力を高め
言語活動や課題学習を導入

分野の性質を踏まえて
履修時期を決める

福井県立武生高校では、「数学Ⅰ」「数学A」を直列履修とし、科目ごとではなく、クラスごとに担当を割り当てている。2012年度の履修順序は、「数と式」(数学Ⅰ) ↓ 「2次関数」(数学Ⅰ) ↓ 「場合の数と確率」(数学A) ↓ 「整数の性質」(数学A) ↓ 「図形の性質」(数学A) ↓ 「図形と計量」(数学Ⅰ) ↓ 「データの分析」(数学Ⅰ) だった。

新課程で「数学A」に新設された「整数の性質」は、1学期の期末考査後から夏休み明けにかけて履修させた。この分野は他の分野に比べて、

整数問題に関する内容が
系統化され、学びやすくなった

単元間の関連性が低いため、学習途中で夏休みが入り、授業の間隔が空いても、支障を来しにくいという考えだ。また、「数学Ⅰ」に新設された「データの分析」を履修順序の最後に置いたのは、他校の指導状況なども踏まえて授業内容を検討したという考えによる。ある程度状況が見えてきた13年度は、「データの分析」を「整数の性質」と「図形の性質」の間で履修させる予定だ。

「整数の性質」の具体的な指導内容から見ていこう。

「整数の性質」は、1つの分野に

位置付けられたことによって、いわゆる整数問題として扱われてきた内容の基礎部分が系統化された。そのため、整数問題に関する内容が教師にとっては教えやすく、生徒にとっては学びやすくなったのではないかと、西繁寿先生は話す。

「これまで整数問題として出題されていた内容は、明確に特定分野に属するものではなかったため、自分が学習してきたことを生かすきれずに戸惑う生徒が、少なからずいました。新課程で1つの分野として確立され、整数問題を解く際のベースとなる内容が授業できちんと学べるようになったことで、理解しやすくなりました」と思います。指導する側としては、指導内容は基本的には整数問題をとり扱う時に教えていた内容を整理するだけなので、大きな混乱はなかったといえるでしょう」

従来、整数問題は、入試では東京大や京都大、一橋大など、一部の難関大を中心に出题されてきた。今後は、「先行実施された学年の受験年を待たず、より多くの大学で出題されるようになるのではないか」と西先生は予測し、状況が変化していく



福井県立武生高校
西繁寿
にし・しげひさ
教職歴20年。同校に赴任して8年目。進路担当、3学年副主任。

福井県立武生高校

- ◎ 2008～12年度、SSHの指定を受け、21世紀型の理数カリキュラムおよび「持続可能な開発のための教育プログラム」の研究開発に取り組み。
- ◎ 全日制／普通科・理数科／共学
- ◎ 1学年約340人
- ◎ 2013年度入試合格実績（現浪計）／国公立大は、東京大、金沢大、福井大、名古屋大、京都大、大阪大、神戸大などに215人が合格。私立大は、慶應義塾大、早稲田大、同志社大、立命館大、関西大、関西学院大などに延べ325人が合格。

と見通している。

整数問題への対応力は
3年間を通して育成

同校では、整数問題は「数学A」だけではなく、3年間を通して積み上げていくことを重視する。

「整数問題は、解法をパターン化しづらく、条件の設定によってはいくらでも難しくすることが出来る、奥の深い内容を含んでいます。そのため、入試直前の短期間では難関大レベルの力を付けるのは難しく、時間を掛けて対応力を付ける必要がある

図1 「整数の性質」や整数問題と関連の深い分野

数学I・A

- 【数と式】
- ・無理数の整数部分と小数部分
 - ・不等式を満たす整数
 - ・不等式の整数解(+文章題)
 - ・絶対値を含む方程式・不等式
 - ・剰余類分類(表示)
 - ・四則演算について閉じている
 - ・倍数・約数、倍数の判定
 - ・命題と整数

【2次関数】

- ・2次関数の最大・最小(実数、整数)
- ・因数分解と因数の絞り方
- ・2次不等式と整数
- ・連立2次不等式と整数

【場合の数と確率】

- ・ nCr の性質

【図形と計量】【図形の性質】

- ・図形を作る整数値

数学II・B

【複素数と方程式】

- ・ ω と循環、剰余類

【図形と方程式】

- ・領域と線形計画、格子点

【指数関数】

- ・桁数の問題、最高位、 7^n の1の位
- ・不等式を満たす整数

【数列】

- ・ガウス記号、群数列
- ・格子点
- ・等差数列の共通項
- ・等差数列と等比数列の共通項
- ・漸化式との融合

*西先生の資料を基に編集部で作成

図2 西先生が2年生文系クラスの学年末考査で出した問題と解答例

数列 $\{a_n\}$ は、初項が1、公比が2の等比数列である。次の間に答えよ。

- (1) 一般項 a_n を求めよ。
- (2) a_n と a_{n+2} を3で割った余りは等しいことを示せ。
- (3) a_n を3で割った余りを求めよ。

〈解答例〉

- (1) $a_n = 2^{n-1}$
- (2) $a_{n+2} - a_n = 2^{n+1} - 2^{n-1} = 4 \cdot 2^{n-1} - 2^{n-1} = 3 \cdot 2^{n-1}$ だから a_n と a_{n+2} を3で割った余りは等しい。
- (3) $a_1 = 1, a_2 = 2$ だから、(2) より、 a_n を3で割った余りは、 n が奇数のとき1、 n が偶数のとき2

* (2) の別解として、「二項定理を用いる」「数学的帰納法を用いる」などの解法も考えられる

*西先生の資料を基に編集部で作成

ります」(西先生)

そこで、「整数の性質」の学習時は、基本的に教科書の範囲にとどめ、まずはしっかりと土台を固められるよう指導した。その後、他の分野を指導する際に、適宜、その分野に関連する整数問題を扱っている(図1)。

「他の分野を学ぶに連れて扱える問題の幅が広がっていくのが整数問題の特徴」と西先生が言うように、整数問題は「数と式」「場合の数と確率」「数列」など、親和性の高い分野が多い。定期考査でも、年間を通して、入試を意識した整数問題を

「整数問題は抽象度が高く、解法がパターン化しづらいために難問が少なくありません。しかし、他の分野に比べ、前提として必要な知識が多くなり、数学が得意・不得意にかかわらず、皆、同じスタートラインから取り組めます。更に、その性質ゆえ、『整数の性質』や整数問題の指導を通して、数学は解法を覚えれば解ける教科書と思っている生徒の誤解を正し、数学の面白さに気付いた

生がよく勧めているのが、具体的に書き出すなどの実験を行うことだ。「数学の好き嫌い、得意・不得意に関係なく、具体的な値で考えたり、図を描いたりすることに、生徒は本当に楽しそうに取り組めます。そして、そうした実験を繰り返す中で、ある法則を見つけた時、とてもうれしそうな表情を見せます。整数の世界は奥深く、最終到達地点はとて高いかもしれませんが、それぞれのレベルに応じて知的なドキドキ感・ワクワク感が得られ、学習意欲を喚起させられる分野といえます」(西先生)

また、「データの分析」の指導に目を向けた。同校では、この分野についても、1年生での学習範囲は教科書の内容にとどめている。旧課程では、「数学B」「数学C」に「データの分析」の要素である統計が含まれていたが、入試ではごく一部の大学でしか出題されていなかったことが、その

また、整数問題は、1つの問題に対して複数のアプローチ法があるものが多いため、生徒の学び合いを促しやすく、新課程で全教科において導入が求められている言語活動にも適した分野と考えている。同校は、08年度から5年間、スーパーサイエンスハイスクールの指定校として理数教育の研究に取り組んできたが、その一環として1年生全員を対象に設けている「サイエンス・コミュニケーション(SC)」で、ユークリッドの互除法を用いて最大公約数を求める問題をグループごとに議論しながら解くなど、言語活動を取り入れた授業を展開している(図3)。

「データの分析」の指導で社会を生き抜く力を育てる

次に「データの分析」の指導に目を向けた。

図3 武生高校が行った課題学習の一例

テーマ○「ユークリッドの互除法と最大公約数」

課題○長方形から正方形を切り取りながら、ユークリッドの互除法の仕組みを理解し、最大公約数の求め方を探る。

内容○12×18の紙を出来るだけ大きな同サイズの正方形に切り分ける問題を各自が考え、その後、グループごとに議論することにより、ユークリッドの互除法の図形的な意味を理解していった。次に364と1001に対して、図を用いずに割り算と余りに注目して、これらの数の最大公約数を求め、発表した。数が大きくなったり、複雑になっても最大公約数が容易に求められることで、ユークリッドの互除法の優秀さが確認できた。

*西先生の資料を基に編集部で作成

理由の1つだ。「整数の性質」とは異なり、今後も国立大の個別学力試験では出題されることはあまりないと考え、センター試験での出題に絞って指導する方針だ。

「『データの分析』の内容を個別学力試験レベルの問題とするには、多量のデータが必要です。そうすると多くの計算が必要になります。入試で『データの分析』にそれだけの時間を割く問題を出すとは考えにくく、旧課程の『論理と集合』のような出題の仕方（大問1の小問）になるの

ではないでしょうか」（西先生）

ただ、入試ではあまり大きく扱われないと予想するが、学習内容自体はこれからの社会を生きていく上で非常に重要な内容だと、西先生は捉えている。

「デジタル化が進む知識基盤社会や情報化社会に対応するためには、統計的な視点から物事を客観的に捉える視点や手法が欠かせません。『データの分析』が『数学Ⅰ』に新たな分野として追加された意味は、実生活におけるさまざまな場面で自ら考えて判断する力の基盤を形成することにありたい。そうした学習の意義を、生徒によく理解させる指導を心掛けています」（西先生）

また、学習内容をより深めるために、データ分析が必要とされる理科や、一部の内容が重なる情報科との授業での連携も検討している。

新設された2分野は課題学習にも適している

新課程では、「数学Ⅰ」「数学A」に、生活と関連付けたり、学習した内容を発展させたりして、生徒の関心や意欲を高める課題を設け、数学

的活動を特に重視して行う課題学習が内容に位置付けられている。実験などの試行錯誤を繰り返す中で本質を見抜く力を育てる「整数の性質」、多角的な視点を身に付ける「データの分析」は共に、生徒の主體的な学習を促し、数学を学ぶ良さを認識させやすいという点で、課題学習に適していると西先生は考えている。

そこで、前述のように、1年生の

SCで言語活動も取り入れる形で課題学習を行っている（図3）。

「限られた時間の中でも効果の高い学習となるように心掛けています。ただ、課題学習の質は、どのタイミングで、どれくらい時間を掛け、どのような内容を学ぶかによって大きく異なります。教師の力量が問われることを常に肝に銘じて指導を工夫していくつもりです」（西先生）

学校事例 2

三重県立白山高校

新設2分野の内容を活用し生徒の基礎学力を育む

新設の2分野は学び直しに生かしやすい

三重県立白山高校では、普通科は1年次に「数学Ⅰ」「数学A」を並行して履修し、情報コミュニケーション科は1年次に「数学Ⅰ」、2

年次に「数学A」を履修する。いずれも教科書の章立てで順に進めることを基本とし、「数学Ⅰ」に新設された「データの分析」は、普通科・情報コミュニケーション科共に1年次の3学期に、「数学A」に新設された「整数の性質」は、普通科は1年

次の3学期、情報コミュニケーション科は2年次の3学期に学ぶ。

基礎学力の定着に課題がある生徒が多い同校では、以前からベネッセの『マナトレ』(*1)を用いて、義務教育段階の学習内容を定着させるための活動に取り組んできた。新課程で新設された2分野には、中学校で学んだことを再確認する内容が含まれているため、学び直しの効果が高まるだろうと、浦崎幸士先生は期待を寄せる。

「『データの分析』に百分率(*2)、『整数の性質』に約数と倍数など、旧課程では扱わなかった内容が新設の2分野に盛り込まれたことで、これまで『マナトレ』だけで行っていた学習が教科書を使って出来るようになりました。学び直しに該当する内容の説明や演習に時間を掛けられるようになるので、生徒が理解しやすくなると思います」

基礎を丁寧に説明してから問題演習に取り組ませる

「データの分析」では、相対度数や平均値など、中学校の数学の「資料の活用」で既に学習した項目に重

点を置く。

「既習内容の復習ですので、生徒は取り組みやすいはずですし、学び直しに直結します。また、相対度数を求める時に行う割り算の計算などは、就職試験でも生きてきます」(浦崎先生)

授業では、まず教科書の例題を用いて、位取りや小数について丁寧に説明すると、浦崎先生は言う。

「小学校の算数段階でつまづいたまま数学に苦手意識を持っている生徒が多いため、『÷10であれば左に1つ、÷100であれば左に2つ、小数点を動かす』というように、具体的に解説します。少しでも分からないことがあれば何でも質問するようにに生徒に呼び掛け、全員が理解してから先へ進むようにしています」
そして、15分間、浦崎先生自作の類題プリントに取り組ませる。

「10や100で割る計算は、日常生活でよく使いますし、就職試験でもよく出題されます。÷10の計算から始め、÷20の計算を暗算で出来るようになるまで、何度でも繰り返し返して解かせ、しっかり定着させたいと考えています」(浦崎先生)

生徒が挙げた数字を使うなど作問に工夫を凝らす

「データの分析」で扱う項目のうち、高校で初めて学習する分散と標準偏差では、2乗や平方根の計算が必要になる。そのため、基礎的な説明が更に重要になると言う。

「必ずと言ってよいほど、生徒は2乗や平方根の計算につまづきますが、それは計算の仕方が分からないからだけではありません。なぜ分散を求める際に偏差を2乗するのか、なぜ標準偏差は分散の正の平方根なのかといった、数学の本質的な部分に疑問を持っていることも、つまづきの原因になっています。生徒はそこに納得して初めて、分散や標準偏差の計算に前向きに取り組むようになるので、しっかり説明する必要があります」と考えています」(浦崎先生)

生徒が取り組みやすいように、作問にも工夫を凝らす。
「分散や標準偏差は生徒にとって難しい内容です。生徒の関心を引くような問題を生徒と共に作ることで、学習意欲を高める試みをしています。例えば、『30歳になった時、



三重県立白山高校
浦崎幸士
Yukihiko Urumi
教職歴13年。同校に赴任して7年目。生徒指導部主任。

三重県立白山高校

◎2007年度、文部科学省「高等学校におけるキャリア教育の在り方に関する調査研究における推進校」に指定され、2年次の夏休みに全員が5日間のインターンシップを行うなど、生徒の職業意識を高める活動に力を入れている。

◎全日制/普通科・情報コミュニケーション科/共学
◎1学年約100人
◎2013年度の進路実績/進学26人(4年制大5人、短大3人、専門学校18人)、就職66人。

月給はいくらほしい?」と尋ね、生徒から挙げた金額を用いて分散や標準偏差を計算させるなどの工夫をしています」(浦崎先生)

「出来る」と感じさせた上で数学的な意味を説明

「整数の性質」で力を入れる単元は2つある。

1つめは約数と倍数の単元だ。就職試験でも出題頻度の高い項目であり、特に最大公約数、最小公倍数については丁寧に説明し、その求め方を授業中の問題演習を通してしっかりと身に付けさせている。

*1 ベネッセの「進路マップ」の教材の1つ。小・中学校範囲の学び直し専用のシステム教材。
*2 百分率を扱わない教科書もあります。

図4 素因数分解の指導

「540を割り切る素数は何か？」と尋ねても、生徒は分からないため、「540を割り切る数で最も小さい数は何？ただし、1は駄目だよ」と質問する。生徒は2で割り切れそうだと気づき、540を2で割る。次は、「270を割り切る数で最も小さい数は何？ただし、1は駄目だよ」と問う。これを繰り返せば、数学が苦手な生徒も素因数分解が出来る。素因数分解の計算に慣れてきたら、素数や因数、素因数について説明する。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 540} \\ \underline{270} \\ 3 \overline{) 135} \\ \underline{45} \\ 3 \overline{) 15} \\ \underline{15} \\ 5 \end{array}$$

*浦崎先生への取材を基に編集部で作成

最大公約数や最小公倍数を求める際に必要な素因数分解の指導では、「1以外のなるべく小さな正の数で割っていいこう」と、数学的な厳密さはひとまずおき、易しく説明してから、繰り返し問題演習をさせる(図4)。

「大半の生徒は、中学校で習った素数や因数を覚えていません。いきなり数学的に厳密な説明をしても理解できないので、まずは計算の仕方を覚えさせ、素因数分解が『出来る』と感じさせた上で、素因数分解とはどういうことなのかを解説するのが

効果的です」(浦崎先生)

「数学I」の「数と式」では、素因数分解の知識が必要な根号を含む計算を扱うため、次年度以降は「整数の性質」と並行して扱うこともあり得ると、浦崎先生は話す。

「生徒が理解しやすく、計算の仕方が身に付きやすいように、『整数の性質』の履修時期を『数と式』と同じ1年次の1学期にすることを検討しようと思っています」

**インパクトを強くするため
あえて大変な計算を先に**

「整数の性質」の重点単元の2つめは、ユークリッドの互除法だ。ここでは、あえて問題演習を行ってからユークリッドの互除法を説明すると、浦崎先生は話す。

「大きい数を含む2つの整数の最大公約数を求める場合、素因数分解をして求めようとすると、計算量が多く大変ですが、ユークリッドの互除法を用いれば、比較的簡単に求められます。ただし、生徒にはその方法をいきなり教えません。まずは、あえて素因数分解をする方法で最大公約数を求めさせます。その計算量

の多さに生徒は大変な思いをするでしょう。そこで、ユークリッドの互除法を説明すれば、『こんなに便利な方法があるのか』と生徒の印象を強くすることが出来るのです」

1次不定方程式では、グラフを用いて整数解の意味を理解させる。

「まず、連立方程式の解が2つの直線の交点であることを説明した上で、『直線が1つしかない1次不定方程式の解はどうなるのだろうか』と問い掛けます。そして、『整数解は直線上のx座標とy座標が共に整数である全ての点であり、それらを全て書き出すことは出来ないけれど、kなどの文字を使えば、全ての整数解を表せるよね』といった流れで解説すれば、生徒の納得度も高まります」(浦崎先生)

**学び合いにより深まる
生徒の理解**

新課程で重視されている言語活動は、問題演習の時間に生徒同士で学び合いをさせるなど、新課程実施前から授業に取り入れていた。

「入学時から学び合いを続けていると、問題を解けた生徒が、自分か

ら進んで解けていない生徒に教えるようになります。相手に分かるように説明することで、自分も理解を深めているようです。また、問題が解けない生徒も、友だちが相手だと気兼ねなく、納得のいくまで質問できるため、一斉指導よりも理解が深まる部分があるのだと思います。新設の2分野でも学び合いを行い、学習内容の定着を目指しています」(浦崎先生)

生徒に解ける喜びを感じさせるために、定期考査では授業で扱った問題を、数字を替えた形でそのまま出題する。

「授業をしつかり聞き、演習プリントに取り組んでいけば、定期考査の問題は解けるようにしています。『自分もやれば出来る』と実感させることで、生徒の学習意欲を高める狙いがあります」(浦崎先生)

浦崎先生は今後を次のように話す。「新課程で新設された2分野では、割り算を始め、約数、倍数など、社会で求められる知識を学び直せます。生徒に基礎学力が定着するよう、引き続き工夫をしていきたいと思っています」