

主体的・
対話的で
深い学び

授業実践

数学

生徒から生まれた疑問をキー課題に、

連続性のある授業を展開

福井県立美^み方^{かた}高校 西^し繁^げ寿^{ひさ}

11:40 前時に上がった疑問について確認



本時のテーマは、前時の授業で生徒から上がった「3次関数のグラフの極大値を頂点とした山は、左右同じ傾きで降りているか」という疑問を解消することであると、西先生が説明するとともに、その疑問について考えるための練習問題の解答を、代表の生徒が板書した。

本時の概要

〔対象／教科／科目〕 2年生／数学／数学Ⅱ
 〔分野・単元〕 微分法と積分法／微分法（全13時間のうちの7時間目。P.47に単元の指導計画を掲載）
 〔育成を目指す資質・能力〕 知識、技能、思考力、判断力、表現力、主体性、多様性、協働性
 〔学習内容〕 増減表を作成してグラフの概形をイメージした前時の学習を受け、3次関数のグラフの対称性について考察を深めた。

本時のキー課題

12:10 3次関数のグラフの対称性へと導く



次に西先生は、 $x=0$ から右の部分のグラフがどのような形かを確認した上で、 $x=2$ の時の y の値が極大値 ($y=4$) よりも大きいかどうか問いかけた。そして、対称性についての考察を深める手がかりとして、因数定理を使って3次方程式 $x^3+3x^2-4=0$ を解くことを提案した。

主 主体的な学び
 対 対話的な学び
 深 深い学び

にし・しげひさ 教職歴 30 年。同校に赴任して 3 年目。数学科。2 学年主任。学習内容を土台に、「想像力を働かせて仮説・予想を立てる力」「対話的な学びを通して理解を広げ、深め、創造的に思考する力」の育成を目指す。その実現のために、「目標設定と振り返り」「生徒の見取り」「生徒の対話」を重視した授業実践に注力している。

学校概要

- ◎「明・強・清」が校訓。地元の 3 中学校で、普通科連携クラスへの進学を希望する生徒を選考し、中学 3 年次に「連携クラス」を編成。週 1 回、同校の教師が、各中学校の数学、英語の授業に入り、中学校の教師とチーム・ティーチングを行っている。
- ◎設立 1969 (昭和 44) 年
- ◎形態 全日制／普通科、生活情報科、食物科／共学
- ◎生徒数 1 学年約 140 人
- ◎2021 年度進路実績 (現役のみ) 国公立大は、筑波大、福井大、大阪教育大などに 20 人が合格。私立大は、佛教大、立命館大などに延べ 64 人が合格。短大・専門学校進学 45 人。就職・公務員 27 人。



11:50 前時に上がった疑問について考察

主
対
深

練習問題のグラフを基に、改めて「極大値を頂点とした山は、左右同じ傾きで降りているか」を問い、席が隣の生徒同士で話し合わせた後、さらに、 $x=-2$ から $x=0$ の間で、グラフの傾きがどう変化しているか、その理由とともに生徒に問いかけ、話し合わせた。

11:45 問われている内容を確認

主
対

生徒が解答を板書したのは、3次関数 $y=x^3+3x^2(-3 \leq x \leq 2)$ の最大値と最小値を求める問題。西先生は、導関数 $f'(x)=3x^2+6x$ のグラフと増減表、3次関数 $y=x^3+3x^2$ のグラフをかいているかどうかを生徒たちに確認しながら、解答について解説した。

12:20 授業後の主体的な学び

主
対
深

授業が終わった後も、生徒たちはグループで、あるいは一人で練習問題に取り組む様子が見られた。西先生の授業が連続性のあるものだとして認識しているため、理解をあいまいなままにしない習慣が生徒に身につけていることがうかがえた。

12:15 練習問題を通じた振り返り

主
対
深

さらに西先生は、3次方程式を解かなくても、3次関数のグラフが変曲点に関して点対称であることに着目すれば、 $y=4$ となる x の値が求められることを説明。生徒が、3次の係数が負の3次関数の最大値と最小値を求める問題に取り組み始めたところで授業は終了。

● 私が目指す授業

初めて見る問題でも

思考し続けられる力を育む授業

「解いたことがある問題は解けるけれど、初めて見る問題だと、ピタッと思考が停止してしまうことがあります」。教壇に立つようになってそれほど月日が経っていないある時、1人の生徒が私にそう言いました。模擬試験では優秀な成績を収めるのに、なぜそんなことを……。その時から私は、自分の授業を通じて、生徒はどこでつまづくのか、そのつまづきをどうすれば乗り越えられ、生徒に数学的な見方・考え方が身につくのかを追究するようになりました。

「解答・解説を読んだら分かった」と言う生徒の言葉は、本人に自力で答えにたどり着く可能性があったことを示唆するものです。しかし、現実にはそうはならなかった。生徒のつまづきを研究する中で私は、問題を正確に把握する力の育成が1つの鍵になるのではないかと考えるようになりました。他者と対話し、問われていることを自分とは違った視点からも把握する。そして、他者とともに、複数の計画を立て、時に混乱

を経験しながら、目の前の問題に対するベストの解決策を模索するような授業を目指しています。

数学では、解法が複数あることも多いですから、生徒が選択しなかった解法を使って問題を解かせる経験も重要です。そのため、「ほかに解法はないだろうか」などと、生徒自身の中から次の課題が生まれるような授業にすることを心がけています。生徒は探究的な学びを積み重ねる中で、「初めての問題」でも思考し続けられるようになるのです。

また、単元を問わず、共通の数学の学び方を、生徒と丁寧に確認することも大切にしています。年度最初の授業では、学習方法と記憶の関係、予習・復習の取り組み方などを説明し、自分の学び方を常に検証しながら、1年間の学習に取り組みむことの大切さを伝えていきます(図)。

●私の発問・課題設定の観点
生徒の問いを起点に、
次の授業を展開する

本時のキー課題は、「極値を持つ3次関数のグラフに対称性はあるかどうかの検証」です。「極値を持つ3次関数のグラフに対称性はあるか」と

いう問いは、前時の授業中に生徒から上がったものです。増減表を作成してグラフをかかせていると、1人の生徒が、「山は左右同じ傾きでかいてよいのですか」と質問したため、それを本時のテーマとして、教科書の練習問題を使って考えてみることにしました。本時はまず、前時の授業で質問した生徒が練習問題の解答を板書してから、授業を開始しました。そのように、前時の授業中に生まれた生徒の疑問をキー課題として授業を展開することが多いです。

生徒も、授業中に次の授業につながる問いが生まれることをよく理解していますから、特に授業の最後に出す問題には集中して取り組みます。本時の終了後も、最後に出した問題について話し合うグループが複数見られました。生徒たちにとって、数学の授業の振り返りは、単に何が分かったかを確認することにとどまらず、次の授業で何を学ぶことになるのかを考えるものでもあるのです。

なお、本時で生徒が取り組んだのは、3次の係数が正の3次関数の最大値と最小値を求める問題でしたが、 x がどの値の時に最大値を取るのかについても、3次関数のグラフの対称性を知っていれば、定義域の端の

年度初めの授業で示す「数学への取り組み方」(抜粋)

■ノートは3冊作る
①授業用 ②復習問題集用 ③テスト直し用 (可能であれば、④入試準備問題演習用)

■2022年4月～23年3月進度予定

月	主な模擬試験	テスト	範囲	時数の目安	入試準備演習の範囲
4月	県連模試	スタディーサポート	式と証明(数学Ⅱ) 等式と不等式の証明(数学Ⅱ)	15	県連模試
5月		中間考査	複素数と2次方程式(数学Ⅱ) 高次方程式(数学Ⅱ) 点と直線(数学Ⅱ)	17	
6月		期末考査	円の方程式(数学Ⅱ) 軌跡と領域(数学Ⅱ)	18	県連模試
7月	県連模試	スタディーサポート	三角関数(数学Ⅱ)	20	

■予習で磨く思考力、復習で鍛える解答遂行力
(予習) ①教科書を読み、大切なところをチェックする
②例題を解く
③分からないところを明確にする
※授業終了時には、次時の予習ページを告知する。(目安は3～4ページ/1時間)

■入試準備問題演習の取り組み方
(予習) ・予習で思考力(解法を見つけ出す力)を磨く
・実験する、式にする、図にする、論理(必要、十分、同値)を駆使する
(授業) ・授業でポイントを学ぶ(予習段階ですっきりしなかった事柄を解決する)
・手がかりのつかみ方、解法の比較、計算の技術、答案作成上の注意事項などを学ぶ

※学校資料を基に編集部で作成。

●成果と展望

互いの気づきや疑問を
財産とする学びの集団に

値である y の値を代入して極大値と比較しなくても、 y で最大値を取ることが分かることを、本時の授業のポイントの一つとして伝えました。

私が数学の授業を通して実現を目指すのは、思いの強い小集団のメンバーが、周囲に影響を与えながら大

きな集団を牽引するクラスづくりです。全体を引っ張る小集団のメンバーは、固定したのではなく、直面した課題に応じて変化していきます。

授業後、気づいたことや疑問を生徒が主体的に語り合う様子を見て、教室全体に学びを広げる土壌が培われてきたと感じています。机間巡視中、私が意図的に、「○○さん、よい気づきだね」といった感嘆の声を上げると、すぐに他の生徒たちが、自席を離れてその生徒に話を聞きに行

VIEWnext ONLINEでは、本時の授業の様子をダイジェスト動画で紹介!



VIEWnext ONLINE 検索

き、再び自席に戻って話し合うのはあたり前のことになりました。教室の中で生まれたアイデアは、自分たちの共有財産だと考えられるようになったことは、大きな成果です。

授業後も問題に取り組み生徒たちからは、難問であっても簡単には諦めない粘り強さを感じます。初見の問題でも、周囲からヒントをもらいながら考え続ける生徒が増えたと思います。授業で生まれた疑問を「分からなかったこと」と捉えるのではなく、探究する価値のある問いと受け取れるようになることは、学び続ける上でとても重要です。人生を通じて問い続け、思考し続けるという、まさに教科を超えた力を、数学の授業で高めてほしいと思っています。

単元の指導計画

【教科・科目】数学・数学Ⅱ 【分野・単元】微分法と積分法/微分法 【テーマ・作品】3次関数のグラフの対称性 【設定時数】全13時間(本時は7時間目) 【単元目標】微分法について理解し、その有用性を認識するとともに、事象の考察に活用できるようにする。

時数	学習内容	身につけさせたい資質・能力	授業の流れ	教師の配慮	評価方法
1	・単元目標の共有 ・平均変化率と微分係数(定義)	気軽に話せる場で思いつことを意見交換しながら、思いつきを予想・確信に高める。 【知識、技能、思考力、判断力、表現力、主体性、多様性、協働性】	①既習の1次関数、2次関数と比較して、3次関数のグラフを予想させる。 ②接線の傾きに注目するという概念・アイデアと単元目標を共有する。 ③平均変化率と微分係数(定義)を理解させる。	【主体的な学び】自分自身のアイデアを生かして、間違いを恐れずに自由に発想できる雰囲気大切に。【対話的な学び】思いつきが妥当か、根拠を挙げながら予想させる。【深い学び】自分自身の思いつき、他者の思いつきから、妥当な予想を立てるように指導する。	・主体的・対話的に取り組んでいるかを見取る。 ・根拠を挙げながら思考を深めているかを見取る。
2	微分の定義 $(x^n)' = nx^{n-1}$	数列等、他の単元で学んだことも生かし、規則性を意識しながら予想・計算を進める。 【知識、技能、思考力、主体性】	①定義に従って微分することで $(x^n)' = nx^{n-1}$ ($n=2,3,\dots$)を導かせる。 ※二項定理にも踏み込む。 ※数学的帰納法には深入りしない(余裕のある生徒には質問を投げかける)。	【主体的な学び】これまでに学んできた具体→一般、単純→拡張の原則に沿って自ら学習を進めさせる。【対話的な学び】成果を仲間と共有・確認しながら学習を進めさせる。【深い学び】定義(知識・技能)の確実な習得に加え、数学的な見方・考え方を生かしながら、予想、検証、確認するように促す。	・主体的・対話的に学びを進め、自己の理解・思考を広げ、深めているかを見取る。
3	関数の実数倍、和、差、積の微分	・前時の復習をしつつ、円滑に学習を接続する。 ・具体例の理解を基に抽象化することで、概念を形成し、確かな表現ができるようになる。 【知識、技能、判断力、表現力、主体性】	①前時の復習(定義に従って微分する) $n=1,0$ の場合の検証も行う。 ②実数倍の微分、関数の和の微分・差の微分、関数の積の微分について、定義を基にして性質を確認した上で練習を行う。 ※積の導関数(数学Ⅲ)には深入りしない。	【主体的な学び】疑問を残さないように注意を促すことで、新たな学習課題を持たせる。【対話的な学び】仲間の学習状況にも気を配り、成果を共有させることで、学び合う集団の活性化を図る。【深い学び】具体と抽象を行き来させることで、抽象的な表現に慣れさせ、抽象的な思考力の育成・概念の形成を図る。	・定義に従って微分することができているかを見取る。 ※定義と図形的意味がリンクしているか。
7	3次関数のグラフの対称性 ※生徒の学習状況、授業の進度に応じて、適切な時期にこの内容を取り上げる →対称性に関する一般的な証明は、積分法の後に取り扱う	・個々の発見、気づきを仲間と共有することにより、主体的・対話的に学習を進め、深い学びにつながるように協働する。 ・薄々気がついているが、言葉にならない発見を、仲間や教師の手を借りて拾い上げる。 【知識、技能、思考力、判断力、表現力、主体性、多様性、協働性】	①生徒の言動から学習課題を拾い上げ、クラス全体の学習課題とする。 ・想定される事項 1 極値の有無 2 変曲点に関して対称 3 凹凸に関する考察 4 $y=f(x)$ のグラフと $y=f'(x)$ のグラフの関係 5 極値と同じ y の値を取る x の値 ※生徒から出てこない場合は、教師から問いかける。 ※必要に応じて、「因数定理」について指導する。	【主体的な学び】発見するワクワク感を大切にさせる(急がせない)。【対話的な学び】「なぜ」と問いかけること、その問いに理由をつけて答えることを指導する(あまい言葉や許容し、できる限り数学的な表現に言い換えられるとよいとする)。【深い学び】生徒相互による答案の検討、教え合いによって、個の学びの成果を共有するだけでなく、個人が自身の理解を深化・拡充させることをねらう。	・「なぜ」という問いかけ、「～だから」という対話を行っているかを見取る。
8	方程式への応用	・方程式に応用する(グラフと方程式の解の関係について理解し、習熟する) ・できる限り数学的な表現を用いて満点答案を作成する 【知識、技能、思考力、判断力、表現力、主体性、協働性】	①3次方程式の解の個数だけでなく、解の正負、解の大小についても理解させる。 ②これまでに学んだことを基に、満点答案を作成するように意識させる。 ※自分たちの手で導き出した「3次関数のグラフの対称性」も確認・活用させる。 ※余裕のある生徒には、「接線の引ける本数」の問題等を提示する。 (授業計画表の配布)	【主体的な学び】「静かに取り組む時間帯」「意見交換をする時間帯」を設定し、学習の活性化を図る。【対話的な学び】「静かに取り組む時間帯」「意見交換をする時間帯」を設定し、学習の活性化を図る。【深い学び】他者との対話で得たことを、自身の納得感や理解の深化につなげるように働きかける。	・自分の力で解きたいと考えて取り組んでいるか、表情、教室の雰囲気から推測し、見取る。

※西先生作成の単元の指導計画を基に編集部で作成。単元の指導計画の全13時間分は、ウェブサイト『VIEW next ONLINE』(<https://view-next.benesse.jp/>)からダウンロードできます。「TOP →学校教育情報誌『VIEW next』 →高校版バックナンバー」をご覧ください。